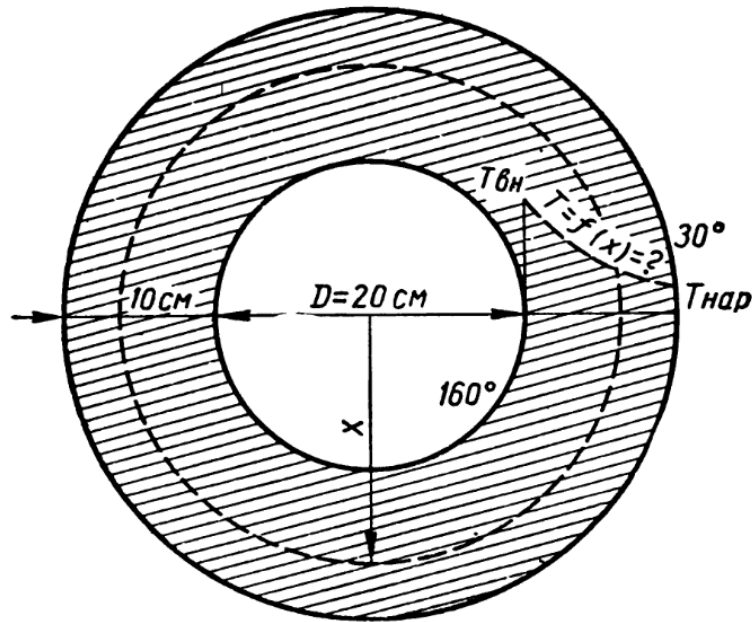


задача 11. Трубопровод тепловой магистрали (диаметр 20 см) защищен изоляцией толщиной 10 см; величина коэффициента теплопроводности $k = 0,00017$. Температура трубы 160° ; температура внешнего покрова 30° (рис. 8). Найти распределение температуры внутри изоляции, а также количество тепла отдаваемого 1 погонным метром трубы.



Решение

Если тело находится в стационарном тепловом состоянии и температура T в каждой его точке есть функция только одной координаты x , то согласно закону теплопроводности Фурье количество теплоты, испускаемое в секунду:

$$Q = -kF(x) \frac{dT}{dx} = \text{const},$$

где $F(x)$ - площадь сечения тела на расстоянии x ,

k - коэффициент теплопроводности.

Здесь

$$F(x) = 2\pi x l$$

где l - длина трубы в $см$,

x - радиус трубопровода в $см$. Таким образом, после разделения переменных дифференциальное уравнение

$$dT = -\frac{Q}{kF(x)} dx = -\frac{Q}{k \cdot 2\pi l} \frac{dx}{x}.$$

интегрируя обе части равенства (3), находим:

$$\left. \begin{aligned} \text{а) } \int_{160}^{30} dT &= -\frac{Q}{0,00017*2\pi l} \int_{10}^{20} \frac{dx}{x}, \\ \text{б) } \int_{160}^T dT &= -\frac{Q}{0,00017*2\pi l} \int_{10}^x \frac{dx}{x}, \end{aligned} \right\}$$

или

$$\left. \begin{aligned} \text{а) } T \Big|_{160}^{30} &= 30 - 160 = -\frac{Q}{0,00017*2\pi l} \ln x \Big|_{10}^{20} = -\frac{Q}{0,00017*2\pi l} \ln 2, \\ \text{б) } T - 160 &= -\frac{Q}{0,00017*2\pi l} \ln x \Big|_{10}^x = -\frac{Q}{0,00017*2\pi l} \ln 0,1x. \end{aligned} \right\}$$

Разделив уравнение почленно на б) (4) на а) (4), получим:

$$\frac{T-160}{-130} = \frac{\ln 0,1x}{\ln 2} = \frac{\lg 0,1x}{\lg 2},$$

отсюда закон распределения температуры внутри изоляции:

$$T = 591,8 - 431,8 \lg x.$$

Из уравнения (4, а) при $l = 100\text{см}$ имеем:

$$Q = \frac{130*0,00017*2\pi*100}{\ln 2} = \frac{200\pi*130*0,00017}{0,69315}.$$

Количество теплоты, отдаваемое в течение суток, равно:

$$24 * 60 * 60Q = 86400 \frac{200\pi*130*0,00017}{0,69315} = 1730600 \text{ ккал}.$$